𝔐atemáticas 1 - Preparaduría 7.

Ejercicios - SEMANA 8.

1. Sean f y g funciones diferenciables, k una constante real. Demostrar, usando la definición de derivada, que

   a. $\Big[kf(x)\Big]' = kf'(x)\,.$

   b. $\Big[f(x) + g(x)\Big]' = f'(x) + g'(x)\,.$

   c. $\Big[f(x)\,g(x)\Big]' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)\,.$

   d. $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{g^2(x)}.$

2. Utilizando las identidades demostradas en el Ejercicio 1, demuestre que, si f y g son funciones diferenciables, entonces
$$\Big[f(x) - g(x)\Big]' = f'(x) - g'(x)\,.$$

3. Sea $f(x) = k$, donde k es una constante real. Demuestre que la derivada de f es igual a cero, para todo $x \in \mathbb{R}$.

4. Sea $f(x) = x$. Demuestre que la derivada de f es igual a uno, para todo $x \in \mathbb{R}$.

5. Sea $f(x) = x^n$, donde n es un entero positivo. Demuestre que
$$\Big[x^n\Big]' = nx^{n-1}.$$
   (Sugerencia: Utilizar el Principio de Inducción matemática, los Ejercicios 4 y 1.c.).

6. Sea $f(x) = \sqrt{x}$. Demuestre que $\Big[\sqrt{x}\Big]' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}.$

7. Sea $f(x) = \sqrt[n]{x}$, donde n es un entero positivo. Demuestre que
$$\Big[\sqrt[n]{x}\Big]' = \frac{1}{n}x^{1/n-1}.$$
   (Sugerencia: Utilizar el Principio de Inducción matemática, los Ejercicios 6 y 1.c.).

8. Demuestre que

   a. $\Big[\operatorname{sen} x\Big]' = \cos x$

   b. $\Big[\cos x\Big]' = -\operatorname{sen} x$